UNITELMA SAPIENZA

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

LEZIONE 4 - Grandezze fisiche fondamentali, derivate. ed analisi dimensionale (parte 2)

Incertezza e cifre significative

Introduzione

- Con l'avanzare della tecnica e con il miglioramento continuo degli strumenti e delle tecniche di misurazione si possono realizzare misure sempre più precise.

- Nel caso in cui la misura di un determinato fenomeno fisico è più precisa avremo nel risultato, un maggior numero di cifre significative.

- In realtà è impossibile fare una misura esatta: a ogni misura è associata un'incertezza, che può essere più o meno grande.

Incertezza e cifre significative 1/5

- Definiamo come *incertezza il grado di indeterminazione che è presente nella misurazione un valore di una proprietà fisica.*

- Il risultato di misurazione pertanto non è un unico valore bensì un intervallo dei valori probabili che può assume il misurando.

- Sia l'errore (o incertezza), sia il numero di cifre significative ci forniscono importanti informazioni sulla precisione del risultato di una misura.

- In generale si possono definire cifre significative tutte quelle che hanno un reale significato fisico.

Incertezza e cifre significative 2/5

- Se, ad esempio, misuriamo la lunghezza di un campo ed scriviamo:

125 m +/- 2 m

- Le prime due cifre 1 e 2, che indicano rispettivamente le centinaia e le decine, sono certe cioè esatte. L'ultima cifra cioè il 5 è incerta , perchè compresa tra 3 e 7.

- Diremo che la lunghezza del campo è conosciuta con tre cifre significative di cui 2 certe ed una incerta

- Possiamo dare un'ulteriore definizione: *Le cifre significative di una misura sono tutte le cifre certe e la prima incerta*.

Incertezza e cifre significative 3/5

UNITELMA SAPIENZA · SAPIENZA Università di Roma

- Se, ad esempio, scriviamo che la massa di una persona è di 80 kg, significa che non siamo certi dell'ultima cifra. In pratica l'ultima cifra 0 è incerta.

- Se fossimo certi che la massa fosse esattamente 80 Kg dovremmo scrivere che la massa è di 80,0 Kg. Ovvero dovremmo utilizzare 3 cifre significative.

- In generale se la cifra 0 è alla fine del numero, è significativa. Il numero 80,0 ha tre cifre significative.

- Quando il numero 0 è all'inizio del numero non è significativo. Ad esempio il numero 0,80 ha due cifre significative.

Incertezza e cifre significative 4/5

UNITELMA SAPIENZA SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

- Ed ancora, se misuriamo la lunghezza di un segmento e scriviamo L= 4m diamo un'informazione più vaga rispetto al fatto che scriviamo L=4,1239 m. In quest'ultimo caso stiamo affermando che la nostra misura sarà compresa tra 4,1238 e 4,1240. Se scriviamo L=4 forniamo un'informazione meno precisa della misura ed affermiamo implicitamente che l'intervallo in cui è compresa è molto più ampio e meno preciso del caso precedente.

- Quando forniamo un risultato dobbiamo fare attenzione a fornire il numero di cifre significative realmente conosciuto, aggiungere o togliere cifre significative è ugualmente errato e forviante in chi riceve la misurazione.

- Se vi sono cifre la cui misura non è verificata esse vanno scartate.

Incertezza e cifre significative 5/5

UNITELMA SAPIENZA

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

- In generale, se si eseguono operazione tra numeri con un numero di cifre significative differente il risultato deve avere un numero di cifre significative pari a quelle del numero meno preciso:

- Ad esempio se si moltiplicano i due numeri 1,2 ed 2,321, non ha senso fornire come risultato il numero 2,7852. Ma è corretto fornire il numero 2,7.

Incertezza sulla somma e la differenza

- Abbiamo visto che due misure possono essere espresse come:

$$X = \mathbf{X} + \Delta X \quad \text{e} \quad Y = \mathbf{Y} + \Delta Y$$

- Dove **X** ed **Y** sono le misure più plausibili ed ΔX e ΔY sono l'incertezza sui valori X ed Y.

- Il valore più plausibile della somma delle due grandezze è pari alla somma delle misure cioè X+Y.

- Anche l'incertezza è *la somma delle corrispondenti incertezze.* Vale lo stesso discorso per la differenza.

Esempio

- Supponiamo di voler calcolare la somma di due masse:

2,3 Kg e 0,419 Kg

Se effettuiamo tale somma otteniamo, il numero:

$$2{,}3 + 0{,}419 = 2{,}719$$

Per le regole precedentemente riportate il numero dovrà essere scritto come:

$$2{,}3\ \text{Kg} + 0{,}419\ \text{Kg} = 2{,}7\ \text{Kg}$$

Le cifre 1 e 9 non hanno significato.

Incertezza sul prodotto e quoziente

- Consideriamo ora le due misure precedenti:

$$X=\mathbf{X}+\Delta X \quad e \quad Y=\mathbf{Y}+\Delta Y$$

- Se effettuiamo il prodotto od il quoziente delle due misure. Vale la seguente proprietà:

L'incertezza relativa al prodotto od al quoziente di due misure è uguale alla somma delle incertezze relative alle singole misure.

Esempio

- Supponiamo di voler calcolare il prodotto di due misure:

$$3{,}6 * 0{,}461 = 1{,}6596$$

Per le regole precedentemente riportate il numero dovrà essere scritto come:

$$3{,}6 * 0{,}461 = 1{,}6$$

Le cifre 5, 9 e 6 non hanno significato.

Incertezza sul prodotto e quoziente

- Se poi in un prodotto o in un quoziente intervengono delle costanti per non peggiorare la precisione del risultato occorre assumerle con una cifra significativa in più rispetto al termine che ne ha di meno così nel prodotto:

$\pi * 6{,}375$; avremo $3{,}1415 * 6{,}375$

Analisi dimensionale 1/6

- Affrontiamo ora un metodo di grande utilità: *L'analisi dimensionale* è uno strumento concettuale applicato frequentemente in metrologia, fisica, chimica e ingegneria per comprendere le situazioni fisiche che coinvolgono grandezze fisiche di diversa natura. È abitualmente usata da scienziati e tecnici per verificare la plausibilità di calcoli ed equazioni

Analisi dimensionale 2/6

- In un sistema di misura ad ogni grandezza misurata viene associata una dimensione o più dimensioni.

- In Meccanica le grandezze lunghezza, massa e tempo sono indipendenti ed elementari quindi possiamo assumerle come grandezze indipendenti. Abbiamo già considerato le unità di misura fondamentali.

- Tutte le unità di misura sono riconducibili a queste unità fondamentali: per ogni grandezza fisica esiste un'equazione dimensionale che esprime la relativa unità di misura come prodotto delle potenze delle grandezze fisiche anzidette.

Analisi dimensionale 3/6

- Se indichiamo con L, M e T le grandezze di lunghezza, massa e tempo osserviamo che ogni equazione deve possedere una coerenza dimensionale vale a dire che i membri di un'equazione dovranno avere la stessa dimensione a destra ed a sinistra del simbolo di uguaglianza.

- Ad esempo se analizziamo dimensionalmente l'espressione della spazio percorso in un moto parabolico e scriviamo:

$$s = \frac{1}{2} * a * t^2$$

Analisi dimensionale 4/6

- Utilizzando l'analisi dimensionale e scomponendo i vari termini dell'equazione nelle dimensioni fondamentali:

$$s= [L] \text{ e } a* t^2= [L*T^{-2}*T^2]$$

- ed effettuando le semplificazioni otteniamo : [L].

- L'analisi dimesionale mostra che la formula è corretta dimensionalmente.

Analisi dimensionale 5/6

- Come ulteriore esempio analizziamo dimensionalmente la seguente espressione:

$$F=m*V/t$$

- Verifichiamo che abbia la dimensione di una forza.

$[M*L*T^{-1}*T^{-1}]$ semplificando otteniamo $[M*L*T^{-2}]$

- Ovvero le dimensioni di una forza.

Analisi dimensionale 6/6

- In pratica l'analisi dimensionale consente di verificare la correttezza di relazioni e formule in base al principio : in qualunque equazione composta da grandezze fisiche, le dimensioni dei due membri devono risultare essere le stesse.

- Da notarsi che abbiamo trascurato il coefficente 1/2. Infatti esso è un numero puro adimensionale e non rientra nell'analisi suddetta.

UNITELMA SAPIENZA

SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

1) Quali sono le dimensioni della pressione?

a) $[m \cdot l^{-1} \cdot t^{-2}]$
b) $[m^{-1} \cdot l \cdot t^{-2}]$
c) $[m \cdot l^{-1} \cdot t^{-1}]$
d) $[m \cdot l^{-1} \cdot t^{-1}]$
e) $[m^{2} \cdot l \cdot t^{2}]$

2) Se uno studente deve misurare l'area di un foglio di cui conosce le dimensioni pari ad una lunghezza=27,9 cm ed una larghezza pari a 21,6 cm. Come risulta corretto esprimere l'area:

a) 602,64 cm^2
b) 602,6 cm^2
c) 602 cm^2
d) 603 cm^2
e) 603 cm^2

3) Quali sono le dimensioni della quantità di moto, espressa dalla p=m*v?

a) $[m \cdot l \cdot t^{-1}]$
b) $[m^{-1} \cdot l \cdot t^{-1}]$
c) $[m \cdot l^{-1} \cdot t^{-1}]$
d) $[m \cdot l^{1} \cdot t^{-2}]$
e) $[m^{2} \cdot l \cdot t^{2}]$

Esercizio proposto:

Se la forza gravitazionale, come vedremo nella prossime lezioni, è espressa dalla formula:

$$F_{gravitazionale}=G*m_1*m_2/r^2$$

con G, costante di gravitazione universale,

$$\text{pari a } 6{,}67*10^{-11} N\ m^2/kg^2$$

Verificare dimensionalmente la formula sopra indicata:

Soluzione:

Per verificare la correttezza dimensionale della formula data dobbiamo ricorrere al metodo dell'analisi dimensionale:

Esprimiamo i vari termini nelle grandezze di base:

$[m \cdot l \cdot t^{-2} \cdot l^{2} \cdot m^{-2} \cdot m^{2} \cdot l^{-2}]$ semplificando i termini simili otteniamo

le dimensioni di una forza: $[m \cdot l \cdot t^{-2}]$

Come c'era da aspettarsi la formula è ovviamente corretta.